SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

SF Education

Концепция стоимости денег во времени

Спикер: Егор Вакарюк, CFA

Концепция стоимости денег во времени

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

- Рассмотрим с вами процентные ставки как меру стоимости денег во времени
- Рассмотрим расчет приведенной и будущей стоимости для различных типов денежных потоков

Интерпретация процентной ставки

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

- Процентные ставки являются **мерой временной стоимости денег**

Требуемая норма прибыли	=	Учетная ставка	=	Альтернативные стоимость

- Реальная **безрисковая ставка** — это теоретическая ставка, которая соответствует полностью безрисковой ценной бумаге в идеальном мире.

$$(1 + R_{реальная}) = (1 + R_{номинал})(1 + Инфл)$$

- Номинальная **безрисковая ставка** — это ставка, включающая инфляцию

Номинальная безрисковая ставка	≈	Реальная безрисковая ставка	+	Ожидаемый уровень инфляции

$$R_{ном} \approx R_{реальная\ (безриск)} + Инфляция$$

Интерпретация процентной ставки (Продолжение)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Помимо номинальной безрисковой ставки, **требуемая доходность** также включает в себя три премии в качестве компенсации за различные риски:



Интерпретация процентной ставки (Продолжение)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Премия за риск дефолта

Это компенсирует инвестору риск того, что заемщик не произведет платеж в установленный срок и в причитающейся сумме



Премия за ликвидность

Это компенсирует инвесторам риск потерь, которые могут возникнуть, если инвестиции необходимо быстро конвертировать в наличные. Чем **меньше** активный рынок ценных бумаг, тем **больше** будет премия за ликвидность

Премиум за ~~зрелость~~ срочность (длительность инвестиций)

Это компенсирует инвесторам повышенную чувствительность рыночной стоимости долга по мере увеличения срока погашения

Эффективная годовая ставка

Эффективная годовая ставка (EAR) – ставка, которую инвесторы фактически реализуют в результате начисления сложных процентов в годовом выражении:

Эффективная годовая ставка (EAR) =

$$= \left(1 + \frac{\text{номинальная ставка}}{m}\right)^{m} - 1$$

Для непрерывного начисления процентов (e – «число Эйлера» – 2,718281828459045235360287471352 7.....):

$$EAR = e^{\text{stated rate}} - 1$$

Пример 1 - Эффективная годовая ставка

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Вычисление EAR

Используя заявленную ставку 6%, рассчитайте EAR для полугодового, квартального, ежемесячного и ежедневного начисления сложных процентов

1. Полугодовые

$$EAR = (1 + 6\%/2)^2 - 1 = 6.09\%$$

2. Квартальное

$$EAR = (1 + 6\%/4)^4 - 1 \approx 6.1363\%$$

3. Ежемесячно

$$EAR = \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^{12} - 1 \approx 6.1678\%$$

4. Ежедневно

$$EAR = \left(1 + \frac{6\%}{365}\right)^{365} - 1 \approx 6.1831\%$$

Расчёт и интерпретация будущей и текущей стоимости

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

FV - future value

Будущая стоимость — это сумма, до которой текущий депозит вырастет с течением времени, когда он будет помещен на счет с выплатой сложных процентов

PV - present value

Текущая стоимость отдельной суммы — это сегодняшняя стоимость денежного потока, который должен быть получен в какой-то момент в будущем

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^n}$$

где:

r = норма прибыли за период начисления процентов

n = общее количество периодов начисления процентов

Пример 2 – Приведённая стоимость

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Приведенная стоимость (PV) одного платежа

Учитывая ставку дисконтирования 9%, рассчитайте PV денежного потока в размере 1 000 рублей, который будет получен через пять лет

649.93
+ 5 × 649.93 × 9% =
= 649.93 +
+ 292.47 =
= 942.40

$$PV = \frac{FV}{(1+2)^n} = \frac{1{,}000}{(1+9\%)^{\wedge 5}} = 649.93 \text{ руб.}$$

Нам надо обеспечить на депозите 649.93 руб на 5 лет по ставке 9% с учетом сложного процента (капитализации) чтобы получить 1000 руб через 5 лет

Временная стоимость для различной периодичности начисления процентов

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Формула для расчета FV с начислением процентов:

$$FV_N = PV \times [1 + (r/m)]^{mN}$$

где:

m = количество периодов начисления процентов в году

r = годовая процентная ставка

N = количество лет

Когда проценты постоянно начисляются в течение года (бесконечное количество периодов начисления сложных процентов), формулу необходимо скорректировать, поскольку m становится ∞. Формула для N лет:

$$FV = PVe^{rN}$$

$$PV = FVe^{-rN}$$

Пример 3 – Временная стоимость для различной периодичности начисления процентов

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

(?) Что было бы с этим числом, капитализируй

Расчёт будущей стоимости

$PV = 100{,}000 \times \left(1 + \frac{8\%}{12}\right)^{(12 \times 2)} = 117{,}289$ руб.

Иван планирует инвестировать 100 000 рублей на счёт, который будет приносить 8% в год с ежеквартальным начислением процентов. Какая сумма будет на счету через два года?

$$FV = PV * \left(1 + \frac{\text{ном. ставка}}{m}\right)^{(n \times N)}$$

2

$$= 100\,000 \times \left(1 + \frac{8\%}{4}\right)^{(4 \times 2)} = 117\,166 \text{ руб.}$$

Пример 4 – Временная стоимость для различной периодичности начисления процентов

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Текущая стоимость с ежемесячным начислением процентов

Алиса хотела бы накопить на счету 5 млн рублей в конце трех лет. Если доходность счета составляет 9% в год с ежемесячным начислением процентов, какую сумму Алиса должна внести сегодня, чтобы достичь своей цели сбережений через три года?

PV = ?

3 года @ 9%

$$PV = \frac{FV}{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{N\times m}} = \frac{5{,}000{,}000}{\left(1+\frac{9\%}{12}\right)^{12\times 3}} = 3{,}820{,}745 \text{ руб.}$$

Концепция аннуитетов

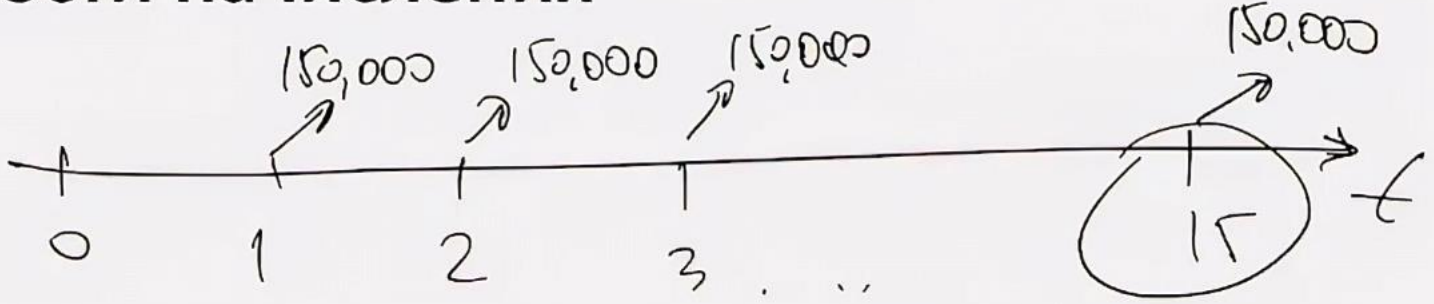
SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Аннуитет – поток равного денежного потока, возникающий через равные промежутки времени в течение определенного периода

Авансовый аннуитет – денежный поток на начало периода

Обыкновенный аннуитет – денежный поток на конец периода

Пример 5 – Временная стоимость для различной периодичности начисления процентов



Будущая стоимость аннуитета

Какова будущая стоимость обычного аннуитета, по которому выплачивается 150 000 рублей в год в конце каждого из следующих 15 лет, при ставке доходности 7%?

Обычный аннуитет

$$FV = \sum_{i=1}^{15} PV_i \quad CF \times (1+z)^i$$

— Фин. калькулятор

— Excel

$N = 15$ $I/Y = 7$ $PV = 0$ $PMT = 150{,}000$ $FV = 3{,}769{,}353$ руб

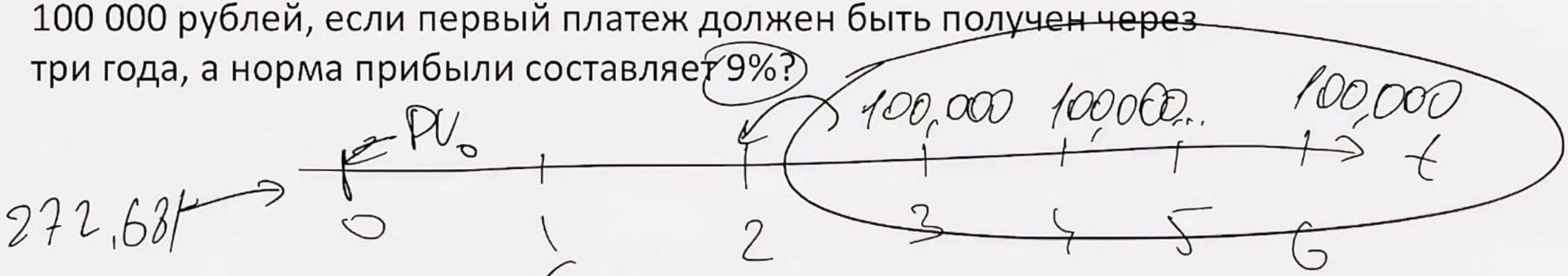
$15 \times 150{,}000 = 2{,}250{,}000$

Пример 6 – Временная стоимость для различной периодичности начисления процентов

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

PV обычного аннуитета, начинающегося позже t = 1

Какова приведенная стоимость четырех выплат в конце года по 100 000 рублей, если первый платеж должен быть получен через три года, а норма прибыли составляет 9%?



$PV_2 = 323,972$ руб.

$PV_0 = \frac{PV_2}{(1+r)^2} = \frac{323,572}{1,09^2} = 272,681$ (руб.)

Бессрочный платеж (перпетуитет)

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Бессрочный платеж (перпетуитет) — это финансовый инструмент, по которому выплачивается фиксированная сумма денег (PMT) через определенные промежутки времени в течение бесконечного периода времени

$$PV_{perpetuity} = \frac{PMT}{r}$$

PMT — размер фиксированного платежа

r — ставка дисконтирования

Пример 7 – Временная стоимость для различной периодичности начисления процентов

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

Расчёт перпетуитета

Компания Полекс выпускает привилегированные акции, по которым ежегодно выплачиваются 45 рублей в виде годовых дивидендов. Учитывая ставку доходности 8%, какова сегодня стоимость привилегированных акций Полекс?

$$V = \frac{45 \text{ рублей}}{8\%} = 562.50 \text{ руб.}$$

Временная стоимость для разных типов денежных потоков

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

- Когда будущие **денежные потоки не равны** , мы не можем использовать формулу аннуитета, поскольку в аннуитете денежные потоки равны

- Будущую стоимость каждого отдельного будущего денежного потока необходимо рассчитывать отдельно, а затем складывать все вместе

Пример 8 – Временная стоимость для различной периодичности начисления процентов

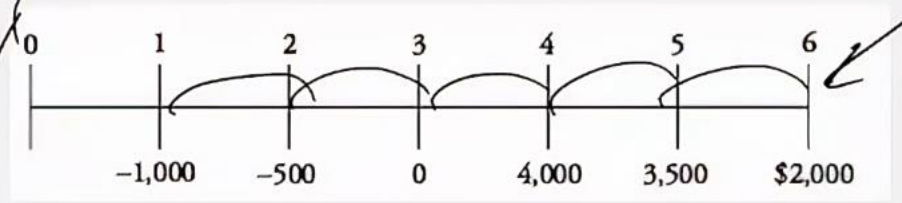
SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

$$FV = -1000 \times (1+10\%)^5 - 500 \times (1+10\%)^4 + 0 \times (1+10\%)^3 +$$

FV ряда неравномерных денежных потоков

$$+ 4000 \times (1+10\%)^2 + 3500 \times (1+10\%)^1 + 2000 =$$

Используя норму доходности 10%, рассчитайте будущую стоимость шестилетнего неравномерного потока денежных средств, описанного ниже, в конце шести лет



$$FV @ 10\%$$

$$(*) = 4,711.51 \times (1.1)^6 =$$

$$= 8,347.47$$

Пример 8 – решение

Пример 9 – Временная стоимость для различной периодичности начисления процентов

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

EXCEL ПЛТ

Построение графика амортизации кредита

Составьте график погашения, чтобы показать проценты и основные компоненты платежей на конец года для 10%, 5-летнего кредита в размере 1 000 000 рублей.

1. Посчитать размер ежегодного платежа.

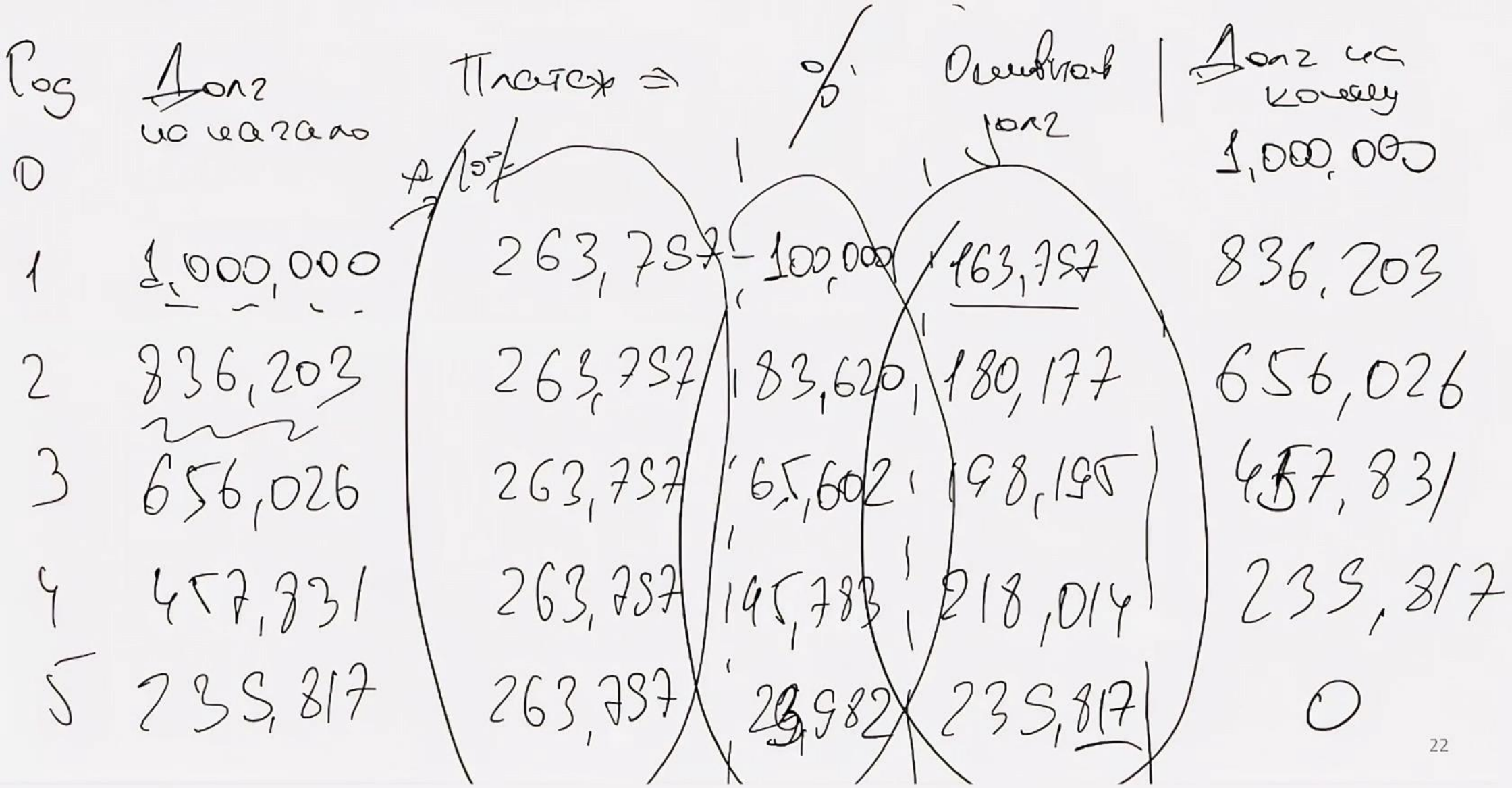
N = 5 I/Y = 10 PV = 1,000,000 FV = 0

PMT = 263,797 руб. в год (ежегодный платеж обязателен)

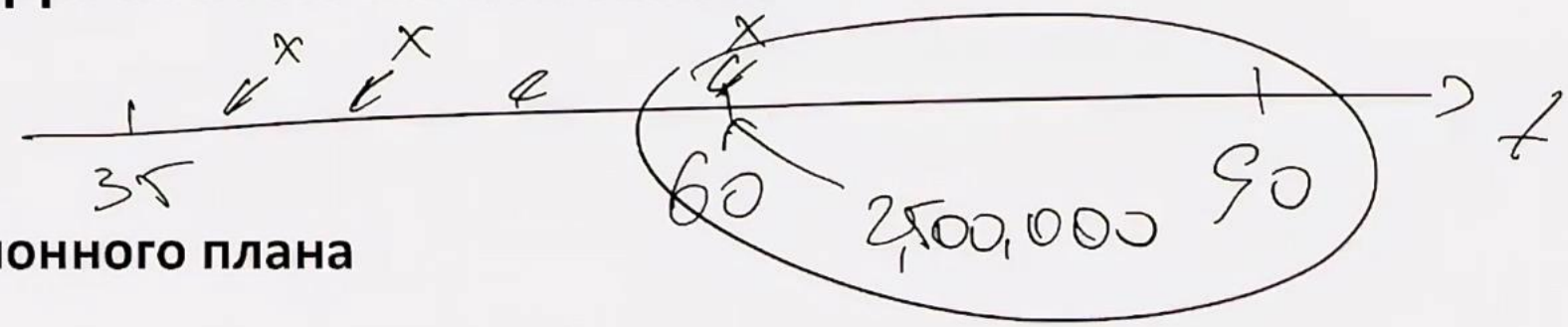
Пример 9 – решение

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

10%



Пример 10 – Временная стоимость для различной периодичности начисления процентов



Финансирование пенсионного плана

Предположим, 35-летний инвестор хочет выйти на пенсию через 25 лет в возрасте 60 лет. Она ожидает заработать 12,5% от своих инвестиций до выхода на пенсию и 10% после этого. Какую сумму она должна внести в конце каждого года в течение следующих 25 лет, чтобы иметь возможность снимать 2 500 000 рублей в год в начале каждого года в течение 30 лет в возрасте от 60 до 90 лет?

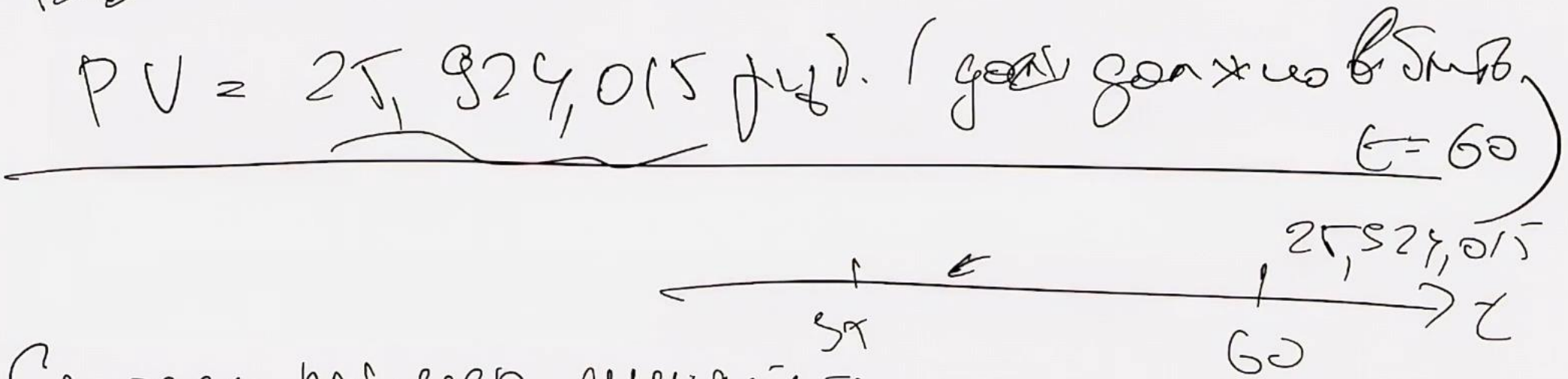
Пример 10 – решение

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

PV аннуитета

PV N = 30 I/Y = 10 PMT = 2 500 000 FV = 0

PV = 25 924 015 руб. (долг должника в банк)



Считаем размер аннуитета

N = 25 I/Y = 12.5 PV = 0 PMT FV = 25 924 015

PMT = 180 000 руб.

Выводы из урока

SF EDUCATION
все об аналитике, финансах и бизнесе

- Мы рассмотрели с вами процентные ставки как меру стоимости денег во времени

- Рассмотрели расчеты приведенной и будущей стоимости для различных типов денежных потоков

Контакты



sf.education

https://t.me/sf_education

sf_education

https://seekingalpha.com/author/societe-financiers

https://vk.com/sfeducation

https://www.facebook.com/sfeducationru

https://www.youtube.com/c/SFEducationnew